



Universidad Tecnológica Nacional

Matemática 1

§ Respuestas a los ejercicios del material de lectura de la clase 2

1. 19 profesores enseñan sólo matemática.

$$|M \setminus C| = |M| - |M \cap C| = 25 - 6 = \boxed{19}$$

2. 26 personas practican sólo gimnasia.

$$|G \setminus A| = |G| - |G \cap A| = 46 - 20 = \boxed{26}$$

3. 20 estudian sólo francés.

$$|F \setminus I| = |F| - |F \cap I| = 40 - 20 = \boxed{20}$$

4. a) A 33 niños les gusta otro juego no mencionado en la encuesta.

$$\begin{aligned} & |(B \cup C \cup V)^c| \\ &= |\mathcal{U} \setminus (B \cup C \cup V)| \\ &= |\mathcal{U}| - |B \cup C \cup V| \\ &= |\mathcal{U}| - (|B| + |C| + |V| - |B \cap C| - |B \cap V| - |C \cap V| + |B \cap C \cap V|) \\ &= 156 - (52 + 63 + 87 - 26 - 37 - 23 + 7) = \boxed{33} \end{aligned}$$

- b) 34 niños juegan sólo a los videojuegos.

$$\begin{aligned} & |V \setminus (B \cup C)| \\ &= |V| - |V \cap (B \cup C)| \\ &= |V| - |(V \cap B) \cup (V \cap C)| \\ &= |V| - (|V \cap B| + |V \cap C| - |V \cap B \cap C|) \\ &= 87 - (23 + 37 - 7) = \boxed{34} \end{aligned}$$

- c) 10 niños juegan sólo con el balón.

$$\begin{aligned} |B \setminus (C \cup V)| &= |B| - (|B \cap C| + |B \cap V| - |B \cap C \cap V|) \\ &= 52 - (26 + 23 - 7) = \boxed{10} \end{aligned}$$

5. a) 3 profesores deben dictar las tres materias.

$$\begin{aligned} & |M \cap F \cap S| \\ &= |M \cup F \cup S| - |M| - |F| - |S| + |M \cap F| + |M \cap S| + |F \cap S| \\ &= 29 - 13 - 13 - 15 + 6 + 4 + 5 = \boxed{3} \end{aligned}$$

b) 5 profesores deben dictar sólo matemática.

$$\begin{aligned} |M \setminus (F \cup S)| &= |M| - |M \cap (F \cup S)| \\ &= |M| - (|M \cap F| + |M \cap S| - |M \cap F \cap S|) \\ &= 13 - (6 + 5 - 3) = \boxed{5} \end{aligned}$$

c) 2 profesores deben dictar matemática y sistemas pero no física.

$$|(M \cap S) \setminus F| = |M \cap S| - |M \cap F \cap S| = 5 - 3 = \boxed{2}$$

6. a) Hay 10 familias que sólo tienen hijos universitarios.

$$\begin{aligned} |U \setminus (B \cup M)| &= |U| - (|U \cap B| + |U \cap M| - |U \cap B \cap M|) \\ &= 38 - (16 + 22 - 10) = \boxed{10} \end{aligned}$$

b) Hay 38 familias que tienen hijos en dos niveles.

$$\begin{aligned} &|(U \cap B) \setminus M| + |(U \cap M) \setminus B| + |(B \cap M) \setminus U| \\ &= (|U \cap B| - |U \cap B \cap M|) + (|U \cap M| - |U \cap M \cap B|) + (|B \cap M| - |B \cap M \cap U|) \\ &= (16 - 10) + (22 - 10) + (30 - 10) = \boxed{38} \end{aligned}$$

c) Hay 27 familias que tienen hijos que no estudian.

$$\begin{aligned} |\mathcal{U} \setminus (B \cup M \cup U)| &= |\mathcal{U}| - |B \cup M \cup U| \\ &= |\mathcal{U}| - (|B| + |M| + |U| - |B \cap M| - |B \cap U| - |M \cap U| + |B \cap M \cap U|) \\ &= 150 - (71 + 72 + 38 - 16 - 30 - 22 + 10) = \boxed{27} \end{aligned}$$

7. a) Los tres cursos: 53.

$$\begin{aligned} |M \cap F \cap Q| &= |M \cup F \cup Q| - |M| - |F| - |Q| + |M \cap F| + |M \cap Q| + |F \cap Q| \\ &= 500 - 329 - 186 - 295 + 83 + 217 + 63 = \boxed{53} \end{aligned}$$

b) Matemática pero no química: 112.

$$|M \setminus Q| = |M| - |M \cap Q| = 329 - 217 = \boxed{112}$$

c) Química pero no física: 232.

$$|Q \setminus F| = |Q| - |Q \cap F| = 295 - 63 = \boxed{232}$$

d) Matemática o química, pero no física: 314.

$$\begin{aligned}
 & |(M \cup Q) \setminus F| \\
 &= |M \cup Q| - |(M \cup Q) \cap F| \\
 &= (|M| + |Q| - |M \cap Q|) - (|M \cap F| + |Q \cap F| - |M \cap Q \cap F|) \\
 &= (329 + 295 - 217) - (83 + 63 - 53) = \boxed{314}
 \end{aligned}$$

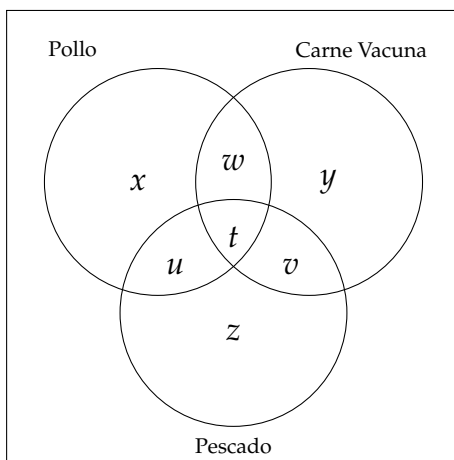
e) Matemática y química, pero no física: 164.

$$|(M \cap Q) \setminus F| = |M \cap Q| - |M \cap Q \cap F| = 217 - 53 = \boxed{164}$$

f) Matemática pero no física ni química: 82

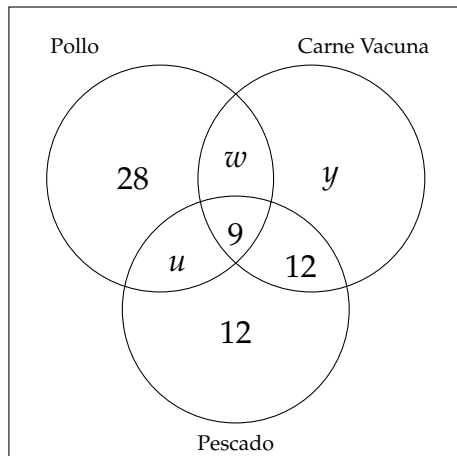
$$\begin{aligned}
 & |M \setminus (F \cup Q)| \\
 &= |M| - |M \cap (F \cup Q)| \\
 &= |M| - (|M \cap F| + |M \cap Q| - |M \cap F \cap Q|) \\
 &= 329 - (83 + 217 - 53) = \boxed{82}
 \end{aligned}$$

8.



Por los datos del enunciado, tenemos que $t = 9$, $x = 28$, $z = 12$ y $t + v = 21$. De esta última igualdad se desprende que $v = 12$.

Escribiendo estos datos en el diagrama, obtenemos:



Puesto que 50 personas que comieron pescado, tenemos que

$$u + 9 + 12 + 12 = 50$$

De donde se obtiene que $u = 17$

Dado que 79 personas comieron pollo,

$$28 + 17 + 9 + w = 79$$

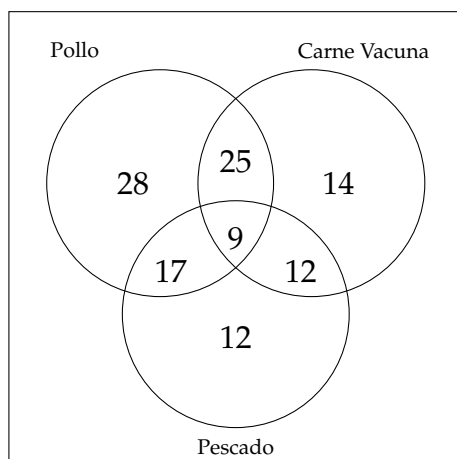
Esto implica que $w = 25$

Usando ahora el hecho de que 60 personas comieron carne vacuna,

$$9 + 12 + 25 + y = 60$$

Luego, $y = 14$

Estos datos en el diagrama de Venn quedan de la siguiente manera:



- a) 34 comieron pollo y carne vacuna.
 - b) 25 comieron solo pollo y carne vacuna.
 - c) 14 comieron solo carne vacuna.
 - d) 14 no comieron ninguna de las 3 cosas.
 - e) 54 comieron una sola comida.
 - f) 54 comieron solo dos comidas.
9. a) 28 consumen solamente Blancura.

$$\begin{aligned}
 & |B \setminus (C \cup A)| \\
 &= |B| - |B \cap (C \cup A)| = |B| - |(B \cap C) \cup (B \cap A)| \\
 &= |B| - (|B \cap C| + |B \cap A| - |B \cap C \cap A|)
 \end{aligned}$$

No tenemos las cantidades $|B \cap C|$ ni $|B \cap A|$, pero usando la expresión siguiente para los elementos de la unión de los tres conjuntos:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

podemos despejar la suma de $|B \cap C|$ y $|B \cap A|$:

$$|B \cap C| + |B \cap A| = |A| + |B| + |C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C| - |A \cup B \cup C|$$

De donde obtenemos que

$$|B \cap C| + |B \cap A| = 76 + 144 + 126 - 60 + 40 - 170 = 156$$

Volviendo a la ecuación inicial de este inciso, tenemos que:

$$\begin{aligned}
 & |B \setminus (C \cup A)| \\
 &= |B| - (|B \cap C| + |B \cap A| - |B \cap C \cap A|) \\
 &= 144 - (156 - 40) = \boxed{28}
 \end{aligned}$$

- b) 56 consumen Albino y Blancura.

$$|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B|$$

Por las leyes de De Morgan, tenemos que

$$|(A \cup B)^c| = |A^c \cap B^c| = 36$$

Por lo que $|A \cup B| = 164$

Luego,

$$|A \cap B| = 76 + 144 - 164 = \boxed{56}$$

c) Ninguno consume solamente Albino.

$$\begin{aligned} & |A \setminus (B \cup C)| \\ &= |A| - |A \cap (B \cup C)| \\ &= |A| - |(A \cap B) \cup (A \cap C)| \\ &= |A| - (|A \cap B| + |A \cap C| - |A \cap B \cap C|) \\ &= 76 - (56 + 60 - 40) = \boxed{0} \end{aligned}$$

10. 56 personas leen solamente A.